

Neparametarski testovi za testiranje dva ili više zavisnih uzoraka



PREDAVANJE BR.11

Testiranje razlika dva zavisna uzorka



1. Test predznaka (Sign test)
2. Vilkoksonov test ekvivalentnih parova (Wilcoxon test)

Testiranje razlika dva zavisna uzorka



Test predznaka

- H_0 : *Uzorci pripadaju istoj populaciji u pogledu ispitivanog obilježja*
- Svaki član para dobija + ili - (*parovi koji se ne razliku označavaju se nulom i ne uzimaju se u razmatranje!*)
- N = ukupan broj parova - broj jednakih parova
- Izračuna se broj + i - , a dalji postupak se nastavlja sa *manjim* od ta dva broja
- U tablici O u Dodatku, utvrđujemo najveći dopušteni broj razlika (granična vrijednost)

x	y	
1	3	+
2	2	0
3	1	-

Test predznaka – primjer 1



- Izveden je eksperiment na 15 parova jednojajčanih blizanaca. Jedan član svakog para je prvih 8 mjeseci hranjen majčinim mlijekom, a drugi član na bočicu (vještačkim mlijekom). Nakon 5 godina, zdravstvenim pregledom ocijenjen je razvoj blizanaca. Testirati hipotezu da li su blizanci hranjeni majčinim mlijekom bolje razvijeni.
- Postupak: Svakom paru kod kojeg je bolje razvijen blizanac hranjen majčinim mlijekom dodijeljen je znak +

Parovi	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Predznak	+	+	+	+	+	-	-	+	+	+	-	+	+	-	+

- 11 +, a 4 –
- Uzima se manji broj 4 i poredi sa brojem iz tablice O uz $N=15$
- Uz rizik greške 5%, najveći dopušten broj razlika bi trebalo biti 3.
- Ne odbacujemo H_0 . Nema statističkih razlika.

Test predznaka – primjer 2



- Na treningu košarke posmatrali smo 10 ispitanika kojima smo izmjerili koliko su puta od 50 bacanja postigli “koš”. Nakon toga, svi ispitanici su podvrgnuti napornoj igri i ponovo im je izmjeren broj pogodaka u 50 bacanja. Da li umor smanjio preciznost pogodaka?

Ispitanici	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Broj pogodaka kod prvog mjerenja	15	19	31	36	10	11	19	15	10	16
Broj pogodaka kod drugog mjerenja	17	20	16	8	10	6	7	8	12	8
Predznak	+	+	-	-	0	-	-	-	+	-

- 3 +, 6 -, 1 nula. Pošto se nula izbacuje $N=9$
- Uzima se manji broj 3 i poredi sa brojem iz tablice O uz $N=9$
- Uz rizik greške 5%, najveći dopušten broj razlika bi trebalo biti 1.
- Ne odbacujemo H_0 . Razlike nijesu statistički značajne.

Test predznaka – primjer 2



Frequencies

		N
Broj pogodaka kod drugog mjerenja - Broj pogodaka kod prvog mjerenja	Negative Differences ^a	6
	Positive Differences ^b	3
	Ties ^c	1
	Total	10

a. Broj pogodaka kod drugog mjerenja < Broj pogodaka kod prvog mjerenja

b. Broj pogodaka kod drugog mjerenja > Broj pogodaka kod prvog mjerenja

c. Broj pogodaka kod drugog mjerenja = Broj pogodaka kod prvog mjerenja

Test Statistics^a

Broj pogodaka kod drugog mjerenja - Broj pogodaka kod prvog mjerenja	
Exact Sig. (2-tailed)	.508 ^b

a. Sign Test

b. Binomial distribution used.

SPSS: Analyse/Nonparametric tests/Legacy Dialogs/2 Related Samples (odabрати Sign test)

Testiranje razlika dva zavisna uzorka



Vilkoksonov test ekvivalentnih parova

- H_0 : *Uzorci pripadaju istoj populaciji u pogledu ispitivanog obilježja*

x	y	d	R
1	3	-2	-2
2	1	1	1

- **Intervalna mjerna skala (ovaj test je izuzetak po tome)**
- Apsolutne vrijednosti razlika parova se rangiraju
- Svaki rang dobija predznak razlike
 - Odvojene sume pozitivnih i negativnih rangova
 - *Ako su jednaki ne uzimaju se u računanje!*

Testiranje razlika dva zavisna uzorka



Vilkoksonov test ekvivalentnih parova

Ako je uzorak veći od 25, Z statistika za testiranje:

$$z = \frac{T_+ - \frac{N(N+1)}{4}}{\sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}}$$

- N = ukupan broj parova - broj jednakih parova
- T+ je zbir pozitivnih rangova
- Normalna raspodjela $z \sim N(0, 1)$
- Veličina efekta $r = \frac{z}{\sqrt{2 * N}}$

Vilkoksonov test- na primjeru 2



Ispitanici	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Broj pogodaka kod prvog mjerenja	15	19	31	36	10	11	19	15	10	16
Broj pogodaka kod drugog mjerenja	17	20	16	8	10	6	7	8	12	8
Razlike (d)	2	1	-15	-28	0	-5	-12	-7	2	-8
Rang razlika	2.5	1	-8	-9		-4	-7	-5	2.5	-6

Zbir negativnih rangova=39

Zbir pozitivnih rangova =6

$N=9$

T-manji zbir rangova ($T=6$)

Iz tablica P, kritična vrijednost tj.manji zbir rangova bi smio iznositi najviše 6. Dakle, Vilkoksonovim testom dokazujemo postojanje razlika koje nijesmo mogli utvrditi testom predznaka.

- Ilustrujte na ovom primjeru postupak računanja z-vrijednosti!

Vilkoksonov test– primjer 2



Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
Broj pogodaka kod drugog mjerenja - Broj pogodaka kod prvog mjerenja	Negative Ranks	6 ^a	6.50	39.00
	Positive Ranks	3 ^b	2.00	6.00
	Ties	1 ^c		
	Total	10		

a. Broj pogodaka kod drugog mjerenja < Broj pogodaka kod prvog mjerenja

b. Broj pogodaka kod drugog mjerenja > Broj pogodaka kod prvog mjerenja

c. Broj pogodaka kod drugog mjerenja = Broj pogodaka kod prvog mjerenja

Test Statistics^a

	Broj pogodaka kod drugog mjerenja - Broj pogodaka kod prvog mjerenja
Z	-1.956 ^b
Asymp. Sig. (2-tailed)	.050

a. Wilcoxon Signed Ranks Test

b. Based on positive ranks.

SPSS: Analyse/Nonparametric tests/Legacy Dialogs/2 Related Samples (odabрати Wilcoxon test)

Testiranje razlika više od 2 zavisna uzorka



Fridmanov test

- H_0 : *Uzorci pripadaju istoj populaciji u pogledu ispitivanog obilježja*



	e1	e2	e3
N1	1	3	2
N2	2	3	1
Σ	3	6	3

- Ispitanici u redovima, a situacije u kolonama
- Rangiranje kolona za svakog ispitanika
- N – broj redova, k – broj kolona
- Suma rangova za svaku eksperimentalnu situaciju, T_i

Testiranje razlika više od 2 zavisna uzorka



Fridmanov test

- Statistika za testiranje - H_F :

$$\chi_r^2 = \frac{12}{Nk(k+1)} \sum_{j=1}^k T_j^2 - 3N(k+1)$$

- Nulta distribucija uzorkovanja - Hi-kvadrat raspodjela sa $k-1$ stepeni slobode
- Drugi testovi: Cochranov Q test, Fergusonov test monotonije trenda itd.

Friedmanov test – primjer 3



- Jedan istraživač je ispitivao kako na radni učinak utiče više odmora i je li u toku rada racionalnije uzeti jedan duži odmor ili više kraćih odmora. Mjerio je radni učinak u 4 eksperimentalne situacije kod: 4 minuta rada bez odmora; 3 minuta rada s jednim odmorom od 60 sekundi u sredini rada; 3 minuta sa 2 odmora od po 30 sekundi; 3 minuta rada sa 3 odmora od po 20 sekundi. Na ukupno 11 ispitanika, dobijeni su rezultati prikazani u tabeli.

Friedmanov test – primjer 3



	e1		e2		e3		e4		
1	991	4	1157	3	1232	1	1217	2	
2	1139	2	1055	4	1057	3	1173	1	
3	762	4	775	3	931	1	890	2	
4	1074	4	1121	3	1220	2	1260	1	
5	544	4	596	3	655	2	671	1	
6	765	2	728	3	840	1	637	4	
7	904	1	839	2	746	4	774	3	
8	862	4	916	2	881	3	1157	1	
9	725	4	886	3	925	2	992	1	
10	1079	2	894	4	1130	1	1009	3	
11	833	4	844	3	890	2	963	1	
Ti		35		33		22		20	110
Ti^2		1225		1089		484		400	3198

$$\chi_r^2 = \frac{12}{11 * 4(4+1)} 3198 - 3 * 11(4+1) = 9.44$$

- Uz $k-1=3$ broja stepeni slobode, granična vrijednost je 7,815. Uzorci ne pripadaju istoj populaciji, pa postoje statistički značajne razlike.
- Ako su N i k mali, koriste se posebne tablice R u Dodatku.

Nastavak primjera 3



Test Statistics^a

N	11
Chi-Square	9.436
df	3
Asymp. Sig.	.024

a. Friedman Test

- SPSS: Analyse/Nonparametric tests/Legacy Dialogs/K related samples...

Primjeri za vježbanje



1. Neke nove tablete protiv debljanja testirane su na 15 ljudi tokom 3 sedmice. Navedene su njihove težine prije i poslije završene terapije. Uz pomoć “testa predznaka” i Vilkoksonovog testa provjerite jesu li tablete imale efekta.

Prije	59.4	57.6	52.6	69.4	80.7	91.6	87.1	83	77.6	82.6	76.7	70.3	73.9	77.6	94.3
Poslije	56.7	58.1	53.5	70.3	81.2	90.7	88.5	81.6	81.6	81.6	78.9	68	76.7	78	90.7

Frequencies

		N
težina_poslijeterapije - težina_prijeterapije	Negative Differences ^a	6
	Positive Differences ^b	9
	Ties ^c	0
	Total	15

a. težina_poslijeterapije < težina_prijeterapije

b. težina_poslijeterapije > težina_prijeterapije

c. težina_poslijeterapije = težina_prijeterapije

Test Statistics^a

		težina_poslije terapije - težina_prijeter apije
Exact Sig. (2-tailed)		.607 ^b

a. Sign Test

b. Binomial distribution used.

Primjeri za vježbanje



2. Osmorica ispitanika ispitivana su prema količini upamćenog materijala nakon 4 različito duge pauze. U narednoj tabeli su prikazani brojevi koji iznačavaju količinu upamćenog materijala. Da li postoji statistički značajna razlika između količine upamćenog materijala u te 4 eksperimentalne situacije? Upotrijebiti Friedmanov test.

Ispitanici	E1	E2	E3	E4
1	4	5	9	3
2	8	9	14	7
3	7	13	14	6
4	16	12	14	10
5	2	4	7	6
6	1	4	5	3
7	2	6	7	9
8	5	7	8	9

N	8
Chi-Square	9.450
df	3
Asymp. Sig.	.024

a. Friedman Test

VAŽNO



- Neparametarski testovi mogu služiti kao zamjena za “parametarske” kada za njih nijesu ispunjeni uslovi
 - Npr. distribucija nije normalna, mjere nisu intervalne/racio već ordinalne

PARAMETRIJA → NEPARAMETRIJA



t- test za nezavisne uzorke



Test medijane

Man-Vitnijev U test

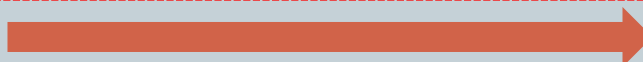
t- test za zavisne uzorke



Test predznaka

Vilkoksonov test

F-test



Kraskal-Volisov test

F-test ponovljena merenja



Fridmanov test